

بارم

شرح سوالات

ردیف

۱/۵

۱/۵

کدام عبارت درست و کدام نادرست است.
- تابعی که اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی باشد تابع اکیداً یکنوا گوئیم.
- باقی مانده ی تقسیم چند جمله ای $p(x) = 3x^3 + 2x^2 + 5x + 1$ بر $x + 1$ برابر ۵- است.
 $p(-1) = -3 + 2 - 5 + 1 = -5$
- دوره تناوب تابع $f(x) = \cos 2x$ برابر است با π .
 $\frac{2\pi}{1} = \pi$
- تابع تانژانت در هر بازه که تعریف شده باشد اکیداً صعودی است.
- $(n \in \mathbb{N}) x^n - a^n$ بر $x+a$ بخش پذیر است. اگر n زوج باشد.
- اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^2 + 3x}{-4x^2 + 1} = 2$ باشد آنگاه $a = -8$ است.
 $\frac{a}{-4} = 2$

۱

۲

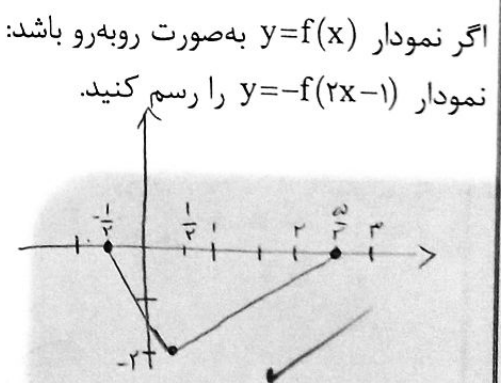
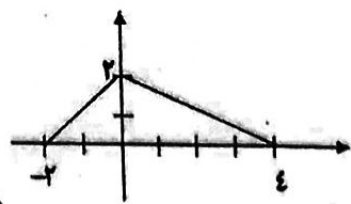
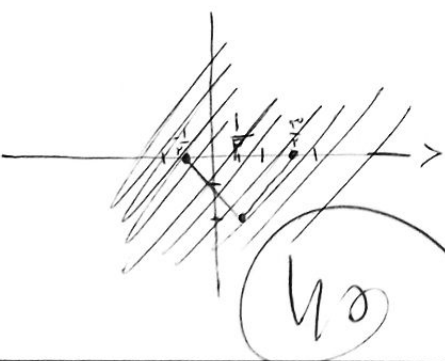
۲

در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.
الف) نقطه $(-2, 1)$ روی تابع $y = f(x)$ قرار دارد و در تابع $y = 2f(\frac{1}{3}x + 1) - 3$ به نقطه $(-9, 2)$ تبدیل می شود.
ب) اگر برد تابع $y = -3f(2x) + 1$ بازه $[2, -3]$ باشد برد تابع $y = f(x)$ بازه $[-\frac{1}{2}, \frac{4}{3}]$ می باشد.
پ) در تابع $y = -3\sin(2x) - 2$ مقدار ماکزیمم و مقدار مینیمم است.
ت) تابع $y = |x - 1| + 5$ در بازه $[1, 2 + \infty)$ صعودی است.
ث) دوره تناوب تابع $y = 3\sin(-2x + \frac{\pi}{6}) - 1$ چند برابر دوره تناوب تابع $y = \tan(3x)$ می باشد؟
 $T = \frac{2\pi}{1-21} = \pi$
 $T = \frac{\pi}{3}$

$f(n)$	n	-2	0	∞	$+1 = 3 \times \frac{1}{3}$	n	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	∞
y	0	2	0	∞	$x-1$	y	0	-2	0

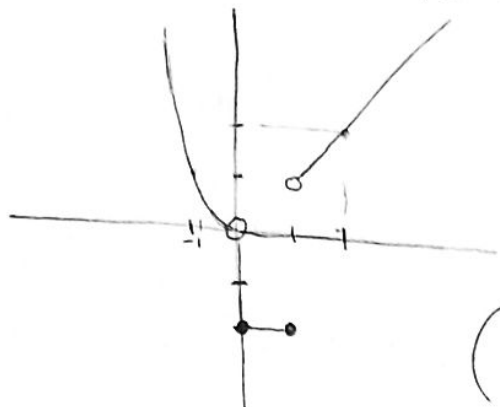
۱/۵

۳



اگر نمودار $y=f(x)$ به صورت روبه رو باشد:
نمودار $y=-f(2x-1)$ را رسم کنید.

نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ -2 & 0 \leq x \leq 1 \\ x & x > 1 \end{cases}$ را رسم کنید و مشخص کنید در چه بازه ای صعودی، نزولی یا ثابت است؟



در بازه $(-\infty, 0)$ صعودی
در بازه $[0, 1]$ ثابت
در بازه $(1, +\infty)$ صعودی
در بازه $(-\infty, 1]$ نزولی است
در بازه $[0, +\infty)$ صعودی است

اگر باقی مانده تقسیم عبارت $p(x) = mx^3 + x^2 - x$ بر $x-1$ برابر ۲ باشد باقی مانده تقسیم $f(x) = x^4 + mx$ را بر $x+1$ به دست آورید.

$$p(1) = 2 \rightarrow m+1-1=2 \Rightarrow m=2$$

$$f(x) = x^4 + 2x$$

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1 \rightarrow f(-1) = 1 - 2 = -1$$

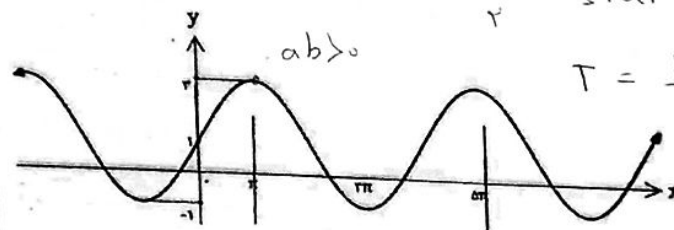
$$\max = 3 \\ \min = -1$$

$$\frac{\max + \min}{2} = c = \frac{2}{2} = 1$$

$$y = a \sin(bx) + c$$

$$\frac{\max - \min}{2} = |a| = \frac{4}{2} = 2$$

ضابطه مربوط به نمودار زیر را بنویسید.



$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} y = 2 \sin\left(\frac{x}{2}\right) + 1 \\ y = -2 \sin\left(-\frac{x}{2}\right) + 1 \end{cases}$$

$$\frac{\sin^3 n}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + n\right)} = \frac{\sin^3 n}{\sin n} = 1 \Rightarrow \sin^3 n = \sin n$$

جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\frac{\sin^3 x}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)} = 1$ را به دست آورید.

$$3n = 2k\pi + n \rightarrow 2n = 2k\pi \rightarrow n = k\pi$$

$$3n = 2k\pi + \pi - n \rightarrow 4n = 2k\pi + \pi \Rightarrow n = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

شرح سوالات

بارم

حدود زیر را مشخص کنید.

ا) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1 - \left[\frac{-1}{x} \right]} = \frac{1}{1 - \left[\frac{-1}{+\infty} \right]} = \frac{1}{1 - [0^-]} = \frac{1}{1 - (-1)} = \frac{1}{2}$ ✓

ب) $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \frac{x-2}{2 \cos x - 1} = \frac{\frac{\pi}{2} - 2}{2 \cos \left(\frac{\pi}{2}\right)^- - 1} = \frac{\frac{\pi}{2} - 2}{2 \left(\frac{1}{2}\right)^+ - 1} = \frac{\frac{\pi}{2} - 2}{0^+} = -\infty$ ✓

پ) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+2}} = \frac{-5}{2 - \sqrt{2+2}} = \frac{-5}{2 - 2} = \frac{-5}{0^+} = -\infty$ ✓

ت) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2|x-1| + x^2}{x^2 - x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2(-x+1) + x^2}{x^2 - x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^3 + 2x^2 + x^2}{x^2 - x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^3 + 3x^2}{x^2 - x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{\frac{1}{x} - 1 + \frac{1}{x^2}} = -2$ ✓

اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-f}{2x^2+ax+b} = -\infty$ باشد $a+b$ را بیابید.
 خروج باید هر دو طرف صفر بگیرد.
 $2(n-3)^2 = 2n^2 + an + b$

$2n^2 - 12n + 18 = 2n^2 + an + b$
 $\left. \begin{matrix} a = -12 \\ b = 18 \end{matrix} \right\} a+b = 6$ ✓

$\frac{2-f}{2n^2+an+b} = \frac{-\infty}{0^+} = -\infty$ ✓

افقی $\left\{ \begin{matrix} y \rightarrow \frac{2x^3}{n^2} = \frac{1}{\infty} = 0 \\ n \rightarrow \infty \end{matrix} \right.$

مجاانب های قائم و افقی تابع $y = \frac{x^2-1}{x^4-2x^2+2}$ را در صورت وجود بیابید.

$y=0$
 مجانب افقی

$D = \mathbb{R} - \{\pm 1, \pm \sqrt{2}\}$

$n = 1$
 $n = -1$
 $n = \pm \sqrt{2}$

$\left\{ \begin{matrix} y \rightarrow \frac{0}{\infty} = 0 \\ n \rightarrow 1 \end{matrix} \right. \rightarrow \lim_{n \rightarrow 1} \frac{(n-1)(n^2+n+1)}{(n-1)(n^2+n^2-2n-2)} = \frac{3}{-2}$

$1/0$

$\left\{ \begin{matrix} n = -1 \\ n = \sqrt{2} \\ n = -\sqrt{2} \end{matrix} \right.$ ✓

$\left\{ \begin{matrix} y \rightarrow \frac{-2}{0} = \infty \\ n \rightarrow -1 \end{matrix} \right.$ ✓

$\left\{ \begin{matrix} y \rightarrow \frac{2\sqrt{2}-1}{4-4+2} = \frac{2\sqrt{2}-1}{2} = \infty \\ n \rightarrow \sqrt{2} \end{matrix} \right.$

$\left\{ \begin{matrix} y \rightarrow \frac{-2\sqrt{2}-1}{0} = \infty \\ n \rightarrow -\sqrt{2} \end{matrix} \right.$

$y=0$ افقی ✓

$D: 1-n \geq 0 \quad 1 \geq n$

نمودار تابع $f(x) = \frac{\sqrt{1-x}}{x^2-4}$ در اطراف مجانب قائم آن چگونه است؟ (رسم کنید)

$n^2-4 \neq 0 \quad n^2 \neq 4 \quad n \neq \pm 2 \quad D = (-\infty, 1] - \{-2\}$

$\left\{ \begin{matrix} y = \frac{\sqrt{2}}{0^-} = -\infty \\ n \rightarrow -2^+ \end{matrix} \right.$

$\left\{ \begin{matrix} y = \frac{\sqrt{2}}{0^+} = +\infty \\ n \rightarrow -2^- \end{matrix} \right.$ ✓

1

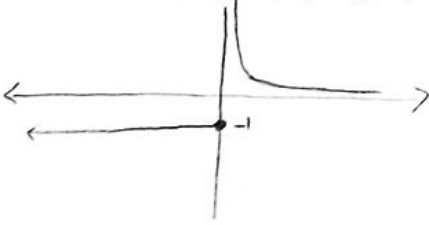


را رسم کنید و مجانب های آن را در صورت وجود بنویسید.

$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x > 0 \\ -1 & x \leq 0 \end{cases}$

$n=0$ مجانب قائم

$y=0$ افقی



1

ادامه سوالات در صفحه چهارم

شرح سوالات

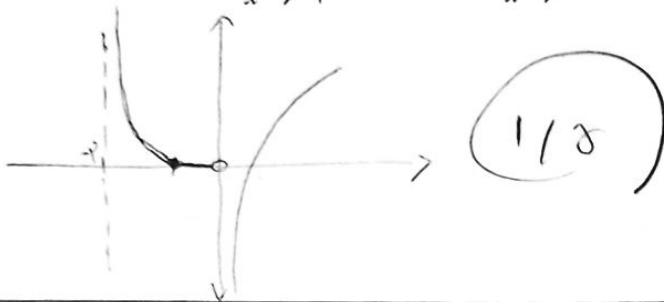
ردیف

بارم

الف: عبارت $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$ به چه معناست؟ توضیح دهید.

معنی: $f(x)$ به هر مقدار دلخواه می تواند در هر عدد مثبت و بزرگی برتر شود به عنوان n قدر کافی از سمت چپ به ۲ نزدیک شود

ب: نمودار تابعی مانند f رسم کنید که در آن $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ باشد.



۱۳

۱/۵

پایان سوالات

جمع نمره

۲۰

در پناه حق موفق و پیروز باشید

+ تقسیم عدد بر سوال ۱۰

$$n^4 - 3n^2 + 2 \quad \leftarrow \text{جمع برابر صفر یک ریشه ۱ است}$$

$$\rightarrow (n^3 + n^2 - 2n - 2) \quad \leftarrow \text{یک ریشه ۱ است}$$

$$\rightarrow (n^2 - 2) \quad \text{ریشه ۲} \quad n^2 - 2 = 0 \quad n^2 = 2$$

$$n = \pm\sqrt{2}$$

$$n^4 - 3n^2 + 2 = (n-1)(n^3 + n^2 + 1)(n^2 - 2)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -3 & 0 & +2 \\ & & 1 & 1 & -2 & -2 & 0 \end{array} \rightarrow$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 1 & -2 & -2 \\ & & 1 & 0 & -2 & 0 \end{array} \rightarrow$$