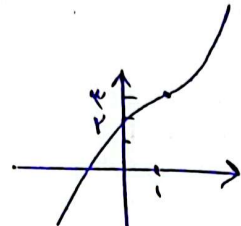
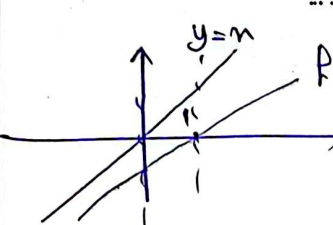
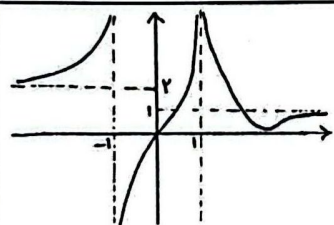


مهر آموزشگاه مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۲		بسمه تعالی اداره‌ی آموزش و پرورش و پرورش ناحیه ۴ استان قم دبیرستان غیردولتی دخترانه‌ی هدایت آزمون نوبت اول سال تحصیلی: ۱۴۰۳-۱۴۰۴ تعداد صفحه: ۴ تعداد سؤال: ۱۶		نام و نام خانوادگی: سؤالات امتحان درس: ریاضی ۳ پایه: دوازدهم رشته: تجربی نام دبیر: خانم خزائی																
تاریخ تصحیح:/...../۱۴۰۳ نمره: با عدد () نمره با حروف: () امضای دبیر:																				
بارم	دانش‌آموزان عزیز لطفاً با دقت سؤالات زیر را خوانده و به آن‌ها پاسخ دهید.				ردیف															
۱	تابع $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$ را رسم کنید. $y = (x-1)^3 + 2$ 				۱															
۱	اگر تابع $y = f(x)$ صعودی و از مبدأ بگذرد، دامنه تابع $g(x) = \sqrt{x f(x-1)}$ را بیابید. $D_g = (-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$  <table data-bbox="796 960 1353 1117"><tr><td>x</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x-1)$</td><td>-</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>+</td></tr></table>				x	-	0	+	+	$f(x-1)$	-	-	0	+		+	0	-	+	۲
x	-	0	+	+																
$f(x-1)$	-	-	0	+																
	+	0	-	+																
۱.۵	اگر $g(x) = \sqrt{x+6}$ و $f(x) = x^2 - 5$، الف) ضابطه تابع $f \circ g(x)$ را بیابید. $f \circ g(x) = (\sqrt{x+6})^2 - 5 = x+6-5 = x+1$ ب) دامنه تابع $f \circ g(x)$ را بدست آورید. $D_f = \mathbb{R}, D_g = [-6, +\infty)$ $D_{f \circ g} = \left\{ x \in D_g \mid g(x) \in D_f \right\} = [-6, +\infty)$ $\sqrt{x+6} \in \mathbb{R} \Rightarrow \mathbb{R}$ ج) $f \circ g(3)$ را محاسبه کنید. $f(g(3)) = f(3) = 9 - 5 = 4$				۳															
۱	اگر $f \circ g(x) = x^2 + 2x$ و $g(x) = 2x - 1$، ضابطه تابع f را بیابید. $g^{-1}(x) = \frac{x+1}{2} \Rightarrow f(x) = \left(\frac{x+1}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{x+1}{2}\right)$				۴															

۱.۵	اگر نمودار $f(x)$ به صورت زیر باشد، نمودار $y = -f(-x-1)$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را بنویسید. $D = [-3, -2]$ $y = [-1, 0]$	۵
۱	وارون تابع $y = (x-1)^3 + 2$ را بیابید. $y - 2 = (x-1)^3 \Rightarrow \sqrt[3]{y-2} = x-1$ $\sqrt[3]{y-2} + 1 = x \Rightarrow y^{-1} = \sqrt[3]{x-2} + 1$	۶
۱.۵	دوره تناوب، ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را بیابید. $y = -2\sin\left(-3x + \frac{\pi}{2}\right) - 1$ $\max = a + d = 2 - 1 = 1$ $\min = - a + d = -2 - 1 = -3$ $T = \frac{2\pi}{ -3 } = \frac{2\pi}{3}$	۷
۱	مقدار $\cos(22/5^\circ)$ را بیابید. $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$ $\alpha = 22/5^\circ \rightarrow \cos 44^\circ = 2\cos^2 22/5^\circ - 1 \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\cos^2 22/5^\circ - 1$ $\Rightarrow 2\cos^2 22/5^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = \frac{1+\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \cos 22/5^\circ = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$	۸
۱.۵	معادله مثلثاتی زیر را حل کنید. $\cos 2x - 3\cos x + 2 = 0$ $2\cos^2 x - 1 - 3\cos x + 2 = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases}$ $\cos x = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \end{cases}$ $\cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{3} \end{cases}$	۹
۱	دامنه و دوره تناوب تابع $y = \tan(2x)$ را بیابید. $2x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ $\Rightarrow D = \mathbb{R} - \left\{ \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \right\}_{k \in \mathbb{Z}}$ $T = \frac{\pi}{2}$	۱۰

۰.۵	باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x) = x^3 + 3x - 10$ بر $x - 1$ را بیابید. $f(1) = 1 + 3 - 10 = -6$	۱۱
۲	حدود زیر را محاسبه کنید. ۱) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}{(1 - \sqrt{x})} = -1$ ۲) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-2x}{1 - x^2} = \frac{-2}{0^-} = +\infty$ ۳) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{ x - 1 } = \frac{3}{0^+} = +\infty$ ۴) $\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{1 - 5t^2}{3t^2 + 2t} = \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{-5t^2}{3t^2} = -\frac{5}{3}$ ۵) $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{[x] - 4}{x - 4} = \frac{0}{0^+} = 0$	۱۲
۰.۵	شکل روبه‌رو، نمودار تابع f است. حد زیر را بیابید.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(\frac{1}{x})) = +\infty$	۱۳
۱	اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3 - 3x}{3x^m + 5x + 2} = \frac{1}{6}$ باشد، مقادیر a و m را بیابید. $m=3$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3}{3x^3} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$	۱۴

۱.۵	۱۵ اگر $f(x) = x^2 + 2x$، به کمک تعریف مشتق $f'(2)$ را محاسبه کنید. $f'(2) = \lim_{n \rightarrow 2} \frac{f(n) - f(2)}{n - 2}$ $= \lim_{n \rightarrow 2} \frac{n^2 + 2n - 8}{n - 2} = \lim_{n \rightarrow 2} \frac{(n-2)(n+4)}{n-2} = 4 \Rightarrow f'(2) = 6$	۱۵
۱.۵	۱۶ معادله خط مماس بر منحنی $y = x^2$ در نقطه به طول $x = 1$ را بیابید. $f'(1) = \lim_{n \rightarrow 1} \frac{f(n) - f(1)}{n - 1} = \lim_{n \rightarrow 1} \frac{n^2 - 1}{n - 1} = \lim_{n \rightarrow 1} n + 1 = 2$ $y = \cancel{2}n + b$ $y = 2x + b$ (1,1) $b = -1$ $y = 2n - 1$	۱۶
موفق باشید.		