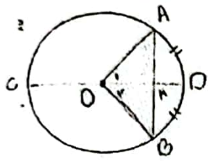
نام و نام خانوادگی:	بسمه تعالی	مدت آزمون: 120 دقیقه
سؤالات امتحان درس: هندسه (2)	اداره‌ی آموزش و پرورش ناحیه 4 استان قم	تاریخ آزمون: 1403/10/02
پایه: یازدهم	دبیرستان غیردولتی دخترانه‌ی هدایت	مهر آموزشگاه
رشته: ریاضی و فیزیک	آزمون نوبت اول	
نام دبیر: خداقلی	سال تحصیلی: 1404-1403	
	تعداد صفحه: تعداد سؤال:17	

تاریخ تصحیح: ...../...../1403 نمره: با عدد ( ) نمره با حروف: ( ) امضای دبیر:

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است. راهنمای تصحیح	بارم
1	الف). درست ب). نادرست پ). درست ت).نادرست (هر کدام 0.25).	1
2	الف). قطاع ب). مماس مشترک خارجی پ).متخارج ت).محیطی (هر کدام 0.25).	1

3 (بارم 1.5)



فرض: $\widehat{AD}=\widehat{BD}$ یا $\widehat{AC}=\widehat{BC}$

حکم: $\begin{cases} CD \perp AB \Rightarrow H_1 = H_2 = ۹۰ \\ AH = BH \end{cases}$

فرض: $\widehat{AD}=\widehat{BD} \xRightarrow{\text{طبق}} \hat{O}_1 = \hat{O}_2$ ۰/۲۵

$OA = OB = r$ ۰/۲۵

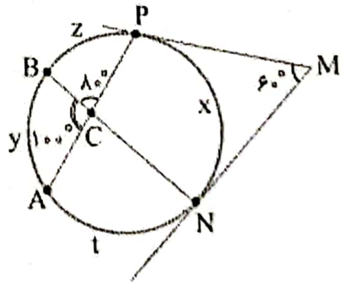
ضلع مشترک $OH = OH$ ۰/۲۵

$\xRightarrow{\text{ض ز ض}} O\hat{A}H \cong O\hat{B}H$ ۰/۲۵

$\Rightarrow AH = BH$ ۰/۲۵

$\begin{cases} H_1 = H_2 \\ H_1 + H_2 = ۱۸۰ \end{cases} \Rightarrow H_1 = H_2 = ۹۰$ ۰/۲۵

4 (بارم 1.5)



$B\hat{C}P = \frac{\widehat{BP}+\widehat{AN}}{۲} \Rightarrow ۸۰^\circ = \frac{z+t}{۲} \Rightarrow z+t = ۱۶۰^\circ$ ۰/۲۵

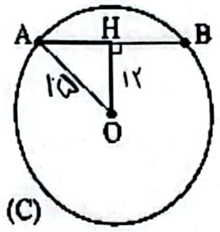
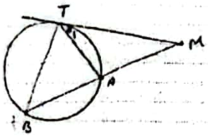
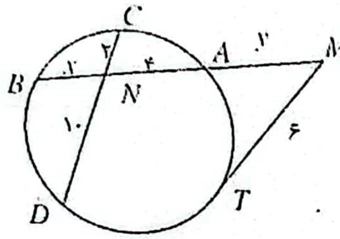
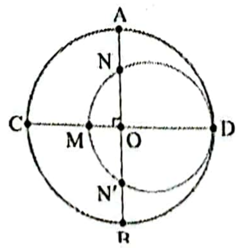
$A\hat{C}B = \frac{\widehat{AB}+\widehat{PN}}{۲} \Rightarrow ۱۰۰^\circ = \frac{y+x}{۲} \Rightarrow y+x = ۲۰۰^\circ \quad (۱)$ ۰/۲۵

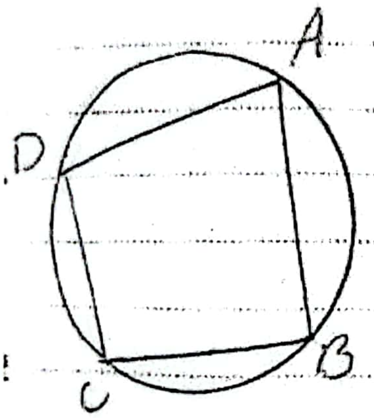
$\hat{M} = \frac{\widehat{PBAN}-\widehat{PN}}{۲} \Rightarrow ۶۰^\circ = \frac{(z+y+t)-x}{۲} = \frac{(\overbrace{z+t}^{۱۶۰^\circ}+y)-x}{۲}$

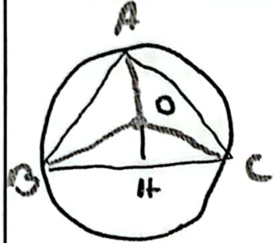
$\Rightarrow ۱۶۰^\circ + y - x = ۱۲۰^\circ \Rightarrow y - x = -۴۰ \quad (۲)$ ۰/۲۵

$\begin{cases} y + \cancel{x} = ۲۰۰^\circ \\ y - \cancel{x} = -۴۰^\circ \end{cases} \Rightarrow y = ۸۰^\circ, x = ۱۲۰^\circ$

۰/۲۵ ۰/۲۵

5	 طبق فیثاغورس: $AH^{۲} = ۲۲۵ - ۱۴۴ = ۸۱ \Rightarrow AH = ۹$ ۰/۲۵ ۰/۲۵ $\underline{AB = ۲AH} = ۲ \times ۹ = ۱۸$ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۵	1
6	تفاضل طول کمان‌های متناظر با زوایای ۳۳° و ۷۸° با طول کمان $\underline{۴۵° = ۳۳° - ۷۸°}$ برابر است، پس کافی است طول کمان ۴۵° را در این دایره به‌دست آوریم: ۰/۲۵ $\underbrace{L = \frac{۴۵°}{۳۶۰°}(۲\pi \times ۶) = \frac{۱}{۸}(۱۲\pi) = \frac{۳\pi}{۲}}_{۰/۵}$ ۰/۲۵	1
7	 ۲ را به A و B وصل می‌کنیم. ظلی: $\hat{T}_۱ = \frac{\overset{\frown}{AT}}{۲}$ ۰/۲۵ محاطی: $\hat{B} = \frac{\overset{\frown}{AT}}{۲}$ ۰/۲۵ $\Rightarrow \hat{T}_۱ = \hat{B}$ ۰/۵، زاویه مشترک $\hat{M} = \hat{M}$ $\xRightarrow{زز} M\hat{T}A \sim M\hat{T}B \Rightarrow \hat{A} = \hat{T}$ $\Rightarrow \frac{MA}{MT} = \frac{MT}{MB} \Rightarrow MT^{۲} = MA \cdot MB$ ۰/۲۵ ۰/۲۵	1.5
8	 $۴x = ۲ \times ۱۰ \Rightarrow ۴x = ۲۰ \Rightarrow x = ۵$ ۰/۵ $MT^{۲} = MC \cdot MD \Rightarrow ۳۶ = y \cdot (۴ + x + y) = y(y+۹)$ ۰/۵ $\Rightarrow y^{۲} + ۹y - ۳۶ = ۰ \Rightarrow (y+۱۲)(y-۳) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} y = ۳ \\ y = -۱۲ \end{cases}$ ۰/۲۵ ۰/۲۵	1.5
9	 $ON \cdot ON' = OM \cdot OD \Rightarrow (R-۵)\cdot(R-۵) = (R - \overset{۸}{CM}) \times R$ ۰/۵ $\Rightarrow \cancel{R^{۲}} - ۱۰R + ۲۵ = \cancel{R^{۲}} - ۸R \Rightarrow ۲R + ۲۵ = ۰ \Rightarrow -۲R = -۲۵ \Rightarrow \boxed{R = +\frac{۲۵}{۲}} = +۱۲/۵$ ۰/۵ $R' = \frac{MD}{۲} = \frac{CD - CM}{۲} = \frac{۲R - CM}{۲} = \frac{۲ \times ۱۲/۵ - ۸}{۲} = \frac{۲۵ - ۸}{۲} = \frac{۱۷}{۲} = \boxed{۸/۵}$ ۰/۵ $\Rightarrow \begin{cases} R = ۱۲/۵ \Rightarrow S = \pi R^{۲} = \pi \times (۱۲/۵)^{۲} \\ R' = ۸/۵ \Rightarrow S' = \pi R'^{۲} = \pi(۸/۵)^{۲} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S = \frac{۶۲۵}{۴}\pi \\ S' = \frac{۲۸۹}{۴}\pi \end{cases} \Rightarrow S - S' = \frac{۳۳۶}{۴}\pi$ ۰/۵	2

1.5	$R=2 \qquad R'=7 \qquad d=2x+1$ خارجی $TT'=\sqrt{d^2-(R-R')^2}=2x \xrightarrow{\text{توان ۲}} d^2-(R-R')^2=4x^2$ ۰/۲۵ ۰/۵ $TT'=?$ $\Rightarrow (2x+1)^2-25=4x^2$ $\Rightarrow \cancel{4x^2}+4x+1-25=\cancel{4x^2}$ $\Rightarrow 4x-24=0 \Rightarrow \boxed{x=6}$ ۰/۲۵ $\Rightarrow \boxed{TT'=2x=12}$ ۰/۵	10
1.5	ب - داخلی $TT'=6$ خارجی $TT'=2\sqrt{21}$ $d=10$ $\Rightarrow \begin{cases} 6^2=d^2-(R+R')^2 & ۰/۲۵ \\ (2\sqrt{21})^2=d^2-(R-R')^2 & ۰/۲۵ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 36=100-(R+R')^2 \\ 84=100-(R-R')^2 \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} (R+R')^2=64 & ۰/۲۵ \\ (R-R')^2=16 & ۰/۲۵ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R+R'=8 \\ R-R'=4 \end{cases} \Rightarrow 2R=12 \Rightarrow \boxed{R=6} \Rightarrow \boxed{R'=2}$ ۰/۲۵ ۰/۲۵	11
1.5	 تعریف: یک چهارضلعی را محاطی می‌گوییم اگر و فقط اگر دایره‌ای باشد که از همه رئوس آن بگذرد، در این صورت دایره را دایره محیطی آن چهارضلعی می‌نامیم. ۰/۵ فرض: $ABCD$ یک چهارضلعی محاطی حکم: $A+C=B+D=180^\circ$ ۰/۵ محاطی $\hat{A}=\dfrac{\overset{\frown}{BCD}}{2}$ محاطی $\hat{C}=\dfrac{\overset{\frown}{BAD}}{2}$ ۰/۲۵ $\Rightarrow \hat{A}+\hat{C}=\dfrac{\overset{\frown}{BCD}+\overset{\frown}{BAD}}{2}=\dfrac{360^\circ}{2}=180^\circ$ ۰/۵ و به همین ترتیب ثابت می‌شود: $\hat{B}+\hat{D}=180^\circ$	12

<table>
<tr>
<td>1</td>
<td>$MN + PQ = NP + MQ$ ۰/۵
$x+9+3x+5=4x+6+x+5$
$\Rightarrow 4x+14=5x+11 \Rightarrow x=3$ ۰/۵</td>
<td>13</td>
</tr>
<tr>
<td>1.5</td>
<td>
$\sin B_1 = \frac{OH}{2\sqrt{3}} \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{OH}{2\sqrt{3}} \Rightarrow OH=\sqrt{3}$ ۰/۲۵
$AH = OA + OH = 2\sqrt{3}+\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ ۰/۲۵
$A\overset{\Delta}{B}H \quad AB^2 = AH^2 + BH^2$
$a^2 = (3\sqrt{3})^2 + \frac{a^2}{4}$ ۰/۲۵ $\Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow a = 6$ ۰/۲۵
$S = \frac{1}{2}\times 6\times 6\times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$ ۰/۵</td>
<td>14</td>
</tr>
<tr>
<td>1</td>
<td>طبق کار در کلاس ص ۲۵ : $\boxed{S = rp} \Rightarrow r = \frac{S}{p} \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{p}{S}$ (1) ۰/۲۵
طبق فعالیت ص ۲۶ :
$r_a = \frac{S}{p-a}$ ۰/۲۵ $\Rightarrow \frac{1}{r_a} = \frac{p-a}{S}$
$r_b = \frac{S}{p-b}$ ۰/۲۵ $\Rightarrow \frac{1}{r_b} = \frac{p-b}{S}$
$r_c = \frac{S}{p-c}$ ۰/۲۵ $\Rightarrow \frac{1}{r_c} = \frac{p-c}{S}$
$\Rightarrow \frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c} = \frac{p-a+p-b+p-c}{S} = \frac{3p-(a+b+c)}{S} = \frac{3p-2p}{S} = \frac{p}{S} \overset{(1)}{=} \frac{1}{r}$ ۰/۲۵</td>
<td>15</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3">موفق باشید.</td>
</tr>
</table>

راه دیگر س ۱۴

$\cos B_1 = \frac{BH}{OB} \Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{BH}{2\sqrt{3}} \Rightarrow BH = 2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 3$

$BC = 2BH = 2\times 3 = 6 \Rightarrow AB = AC = BC = 6$

$S_{ABC} = \frac{1}{2}\times 6\times 6\times$