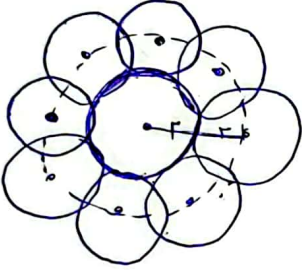
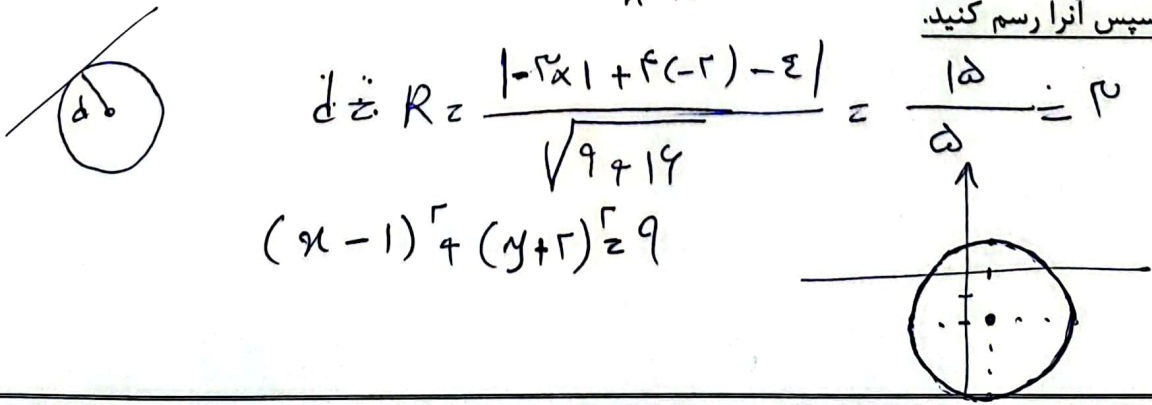


نام و نام خانوادگی :	باسمه تعالی	تاریخ آزمون : ۱۴۰۳/۱۰/۲
امتحان درس : هندسه ۳	مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۴	مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه
پایه : دوازدهم	دبیرستان غیر دولتی هدایت	شماره آمار :
رشته : ریاضی	آزمون نیمسال اول سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴	مهر آموزشگاه
نام دبیر: خانم گودرزی فرد	تعداد صفحه ۴ تعداد سؤال: ۱۳	

تاریخ تصحیح: ۱۴۰۳/۱۰/۱ نمره: با عدد () نمره با حروف: () امضای دبیر: ()

ردیف	شرح سوالات	بارم
۱	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید: الف) به ماتریس قطری که همه ی درایه های قطر اصلی برابر باشند ماتریس I_n میگویند و به ماتریسی که I_n داشته باشد ماتریس ستونی گوئیم مانند $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. ب) هرگاه صفحه P یک رویه مخروطی را به گونه ای قطع کند که بر محور آن عمود باشد سطح مقطع حاصل $\dots\dots\dots$ یا $\dots\dots\dots$ است. ج) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله اند، $\dots\dots\dots$ آن زاویه است. د) رابطه $x^2 + y^2 - 3x + 5y + a = 0$ معادله یک دایره است اگر و تنها اگر $a > -\frac{49}{4}$ باشد و هرگاه $a = -\frac{49}{4}$ باشد این معادله تنها یک نقطه را مشخص می کند.	۲
۲	درستی یا نادرستی هر قسمت را معین کنید: الف) هر دو ماتریس مربعی هم مرتبه، ضربشان خاصیت جابجایی دارد. $\times$ ب) هر ماتریس قطری، مربعی است. $\checkmark$ ج) دترمینان A و دترمینان وارون A، معکوس یکدیگرند. $\checkmark$ د) مختصات مرکز دایره $2x^2 + 2y^2 + 2x - 6y = 0$ نقطه $(3 و -1)$ است. $\times$	۱
۳	اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد الف) حاصل A^{20} را تعیین کنید. ب) فرمول A^n را تعیین کنید $A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ $A^3 = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ $A^n = \begin{bmatrix} n+1 & -n \\ n & -n-1 \end{bmatrix}$	۲
ادامه سوالات در صفحه دوم		

ردیف	شرح سوالات	بارم
۴	هرگاه ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} 1 & i-j > 1 \\ 0 & i-j = 1 \\ -1 & i-j < 1 \end{cases}$ باشد، ماتریس $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ $A^T = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ $2I - A^T$ را بدست آورید. $A^T = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $2I - A^T = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_3} \begin{bmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$	۱/۵
۵	اگر $A = \begin{bmatrix} A & -3 A \\ -1 & A ^2 \end{bmatrix}$ باشد حاصل $\left \frac{A}{3} \right$ را بیابید. $A = A - 3 A \Rightarrow A ^2 - 4 A = 0 \Rightarrow A (A - 4) = 0$ $\begin{cases} A = 0 \\ A = 4 \end{cases}$ $\left \frac{A}{3} \right = \begin{cases} \frac{1}{9} \times 0 = 0 \\ \frac{1}{9} \times 4 = \frac{4}{9} \\ \frac{1}{9} \times (-2) = -\frac{2}{9} \end{cases}$	۱/۵
۶	الف) با استفاده از بسط سطر دوم و روش ساروس، دترمینان ماتریس A را بیابید. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow A = (4 + 0 - 9) - (-1 + 0 + 4) = 0$ $A = (-1) \times 2 \times 1 + (-1) \times 4 \times 2 + (-1) \times 2 \times 3 = -2 - 8 - 6 = -16$	۲
۷	دستگاه زیر را به ابتدا به صورت ضرب ماتریسی نمایش دهید و سپس به روش ماتریس معکوس حل کنید. $\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix} = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 2 & +5 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 52 \\ 26 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{13}{4} \\ \frac{13}{8} \end{bmatrix}$	۱/۵
	ادامه سوالات در صفحه سوم	

ردیف	شرح سوالات	بارم
۸	نقطه ی A و خط d در صفحه مفروض اند ، نقطه ای بیابید که از A به فاصله ی ۱ سانتی متر و از d به فاصله ی ۲ سانتی متر باشد. حالت های مختلف را رسم کنید و در هر حالت تعداد جوابها را بنویسید. مکان هندسی نقطه که از A به فاصله ۱ cm است دایره به مرکز A و به شعاع ۱ cm است مکان هندسی نقطه که از خط d به فاصله ۲ cm است دو خط موازی در دو طرف خط d به فاصله ۲ cm مضرب مشترک در مکان جواب شده است = (۱) دو خط موازی دایره را قطع نکرده و منتهی به دو نقطه می شود (۲) دایره یکی از دو خط موازی را در دو نقطه متقاطع می کند منتهی به دو جواب دایره را لمس می کند (۳) دایره بر یکی از دو خط موازی مماس می شود منتهی به یک جواب دایره را لمس می کند	۲
۹	مکان هندسی مرکزهای همه دایره هایی با شعاع ثابت ۲ سانتی متر که بر دایره $C(0,2)$ در صفحه این دایره مماس خارجی اند را مشخص کنید. (با رسم شکل) دایره ای است به مرکز O و به شعاع ۴ cm 	۱/۵
۱۰	گزینه صحیح را انتخاب کنید: الف) صفحه ای هر دو رویه بالایی و پایینی یک رویه مخروطی را قطع میکند و شامل محور آن نیست. فصل مشترک حاصل، کدام شکل میتواند باشد؟ ب) صفحه ای بر محور رویه مخروطی عمود است مقطع حاصل کدام شکل می تواند باشد؟ ۱) سهمی یا نقطه ۲) دایره یا نقطه ۳) هذلولی ۴) دو خط متقاطع ۱) هذلولی ۲) دایره ۳) بیضی ۴) سهمی	۱/۵
۱۱	معادله دایره ای را بنویسید که مرکزش $P(1,-2)$ و بر خط به معادله $-3x+4y-4=0$ مماس باشد. سپس آنرا رسم کنید. $R = \frac{ -3 \times 1 + 4(-2) - 4 }{\sqrt{9+16}} = \frac{15}{5} = 3$ $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ 	۲
	ادامه سوالات در صفحه چهارم	

ردیف	شرح سوالات	بارم
۱۲	وضعیت دو دایره زیر را نسبت بهم تعیین کنید. $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 20 \quad \text{و} \quad x^2 + y^2 - 8x - 2y + 16 = 0$ $O \mid \begin{matrix} -2 \\ 1 \end{matrix}$ $R = \sqrt{4+1+20} = 5$ $O' \mid \begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix}$ $R' = \sqrt{16+1-16} = 1$ $OO' = \sqrt{(4-(-2))^2 + (1-1)^2} = \sqrt{36} = 6$ $OO' > R + R'$ (دو دایره) خارج هستند	۲
۱۳	دو دایره به شعاع های ۳ و ۴ مفروضند. اگر طول خط مرکزین آنها $\sqrt{2} + 1$ باشد، دو دایره نسبت بهم چگونه اند؟ $R + R' = 7$ $R - R' = 1$ $R - R' < OO' < R + R'$ (۴) مماس خارج (۳) متداخل (۱) متقاطع (۲) مماس داخل ✓ $OO' = \sqrt{2} + 1 \approx 1.414 + 1 = 2.414$	۰/۵
	موفق و پیروز باشید پایان سوالات جمع نمره	۲۰
	ریاضیات را به همگان بیاموزید نه برای ریاضیدان شدن بلکه برای خردمند شدن	